Άσκηση 1 *Έστω*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ και } B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Να υπολογιστούν τα γινόμενα AB και BA. Ισχύει $AB = BA$ για τους συγκεκριμένους πίνακες;

Άσκηση 2 *Έστω τα διανύσματα*

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Υπολογίστε, αν ορίζονται, τα παρακάτω γινόμενα:

(α΄) $\vec{x}\,\vec{y}$

(β΄) $\vec{x}^T\,\vec{y}$

(γ΄) $\vec{y}^T\,\vec{x}$

(δ΄) $\vec{y}\,\vec{x}$

Άσκηση 3 *Έστω*

$$\overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

Να γίνει ο πολλαπλασιασμός $\overrightarrow{u}A$ με δυο τρόπους.

(α΄) *Κάνοντας χρήση εσωτερικών γινομένων του $\overrightarrow{u}$ με τις στήλες του A*

(β΄) *θεωρώντας το $\overrightarrow{u}A$ ως γραμμικό συνδυασμό των γραμμών του πίνακα A.*

Άσκηση 4 *Έστω*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{και } \overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Να γίνει ο πολλαπλασιασμός $A\overrightarrow{u}$ με δυο τρόπους.

(α΄) *Κάνοντας χρήση εσωτερικών γινομένων των γραμμών του A με το $\overrightarrow{u}$*

(β΄) *θεωρώντας το $A\overrightarrow{u}$ ως γραμμικό συνδυασμό των στηλών του πίνακα A.*

Άσκηση 5 *Έστω*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και } B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Να γίνει ο πολλαπλασιασμός AB με τρείς τρόπους.

(α΄) *Κάνοντας χρήση εσωτερικών γινομένων τών γραμμών του A με τις στήλες του B*

(β΄) *Θεωρώντας τον B ως πίνακα δυο στηλών $\begin{bmatrix} b_{*1} & b_{*2} \end{bmatrix}$*

(γ΄) *Θεωρώντας τον A ως πίνακα δυο γραμμών $\begin{bmatrix} a_{1*} \\ a_{2*} \end{bmatrix}$*

Άσκηση 6 *Έστω οι πίνακες*

$$A=\begin{bmatrix}4&2&1\\3&5&6\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}4&0&0&0\\8&1&3&1\\-2&9&1&1\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-2&-1&-2\\-2&1&-2\\-2&2&0\\-2&3&-2\end{bmatrix},$$

$$D=\begin{bmatrix}0&1\\4&3\\2&0\\0&5\end{bmatrix},\ E=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{bmatrix},\ F=\begin{bmatrix}5&0&0&0&0\\0&5&0&0&0\\0&0&5&0&0\\0&0&0&5&0\\0&0&0&0&5\end{bmatrix}$$

και τα διανύσματα

$$x=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix},\ \text{και}\ y=\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix}.$$

i. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα γινόμενα* AB, AC, AD, Ax *και* Ay.

ii. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα γινόμενα* BA, CA, DA, x^TA *και* y^TA.

iii. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα γινόμενα* A^2, B^2, C^2, D^2, x^2 *και* $(y^T)^2$.

iv. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα γινόμενα* $A(BC)$ *και* $(BC)D$.

v. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα γινόμενα* AA^T, A^TA, BB^T *και* B^TB.

vi. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα γινόμενα* E^2 *και* E^3.

vii. *Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, το γινόμενα* F^2 *και* F^5.