Άσκηση 1 *Να βρεθεί, αν υπάρχει, ο αντίστροφος του παρακάτω πίνακα* A *με την μέθοδο Gauss-Jordan.*

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Άσκηση 2 [ap35] *Έστω A ο (μή τετραγωνικός) πίνακας*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 9 & 5 & 4 \\ -1 & -3 & 3 & 0 & 4 \\ 2 & 6 & 15 & 7 & 12 \end{bmatrix}.$$

(i) *Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει*

$$PA = LU.$$

(ii) *Ποιοί είναι οι οδηγοί, ποιές είναι οι στήλες οδήγησης, ποιά είναι η τάξη του πίνακα A, ποιές είναι οι βασικές μεταβλητές και ποιές οι ελεύθερες μεταβλητές;*

(iii) *Χρησιμοποιώντας τους πίνακες P, L και U βρείτε, αν υπάρχει, την λύση του γραμμικού συστήματος* $A\vec{x} = \vec{b}$ *όπου* $\vec{b} = [1\ 2\ 3\ 4]^T$ *και γράψτε την στην μορφή*

$$\vec{x}_{γενική} = \vec{x}_{ειδική} + \vec{x}_{ομογενούς}$$

(iv) *Χρησιμοποιώντας τους πίνακες P, L και U βρείτε, αν υπάρχει, την λύση του γραμμικού συστήματος* $Ax = b$ *όπου* $b = [\frac{13}{10}\ 1\ \frac{1}{2}\ \frac{14}{5}]^T$ *και γράψτε την στην μορφή*

$$\vec{x}_{γενική} = \vec{x}_{ειδική} + \vec{x}_{ομογενούς}$$

Άσκηση 3 [ap36] *Έστω το (υπερκαθορισμένο) γραμμικό σύστημα* $A\vec{x} = \vec{b}$ *με*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix},$$

(i) *Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει*

$$PA = LU.$$

(ii) *Ποιοί είναι οι οδηγοί, ποιές είναι οι στήλες οδήγησης, ποιά είναι η τάξη του πίνακα A, ποιές είναι οι βασικές μεταβλητές και ποιές οι ελεύθερες μεταβλητές;*

(iii) *Χρησιμοποιώντας τους πίνακες P, L και U βρείτε, αν υπάρχει, την λύση του γραμμικού συστήματος και γράψτε την στην μορφή*

$$\vec{x}_{γενική} = \vec{x}_{ειδική} + \vec{x}_{ομογενούς}$$