

Άσκηση 1

Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -2 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & -4 \\ 4 & -2 & 1 & 6 & 1 \end{bmatrix},$$

(i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

(ii) Να υπολογιστεί η τάξη του πίνακα A καθώς και οι διαστάσεις των τεσσάρων θεμελιωδών υποχώρων του A. (Χώρου στηλών $R(A)$, χώρου γραμμών $R(A^T)$, μηδενόχωρου $N(A)$ και του αριστερού μηδενόχωρου $N(A^T)$).

(iii) Να βρεθούν βάσεις των $R(A)$, $R(A^T)$ και $N(A)$.

(iv) Να λυθεί το γραμμικό σύστημα

$$A\vec{x} = \vec{b},$$

χρησιμοποιώντας την παραπάνω ανάλυση LU για

$$b = [1 \ 3 \ -2 \ 2]^T.$$

(v) Υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ της λύσης του συστήματος και της βάσης του μηδενόχωρου.;

Άσκηση 2

Σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις εξετάστε αν τα διανύσματα είναι γραμμικά ανεξάρτητα ή γραμμικά εξαρτημένα.

i. $\vec{v}_1 = (1 \ 0 \ 3 \ 0)^T$, $\vec{v}_2 = (1 \ 4 \ 0 \ 0)^T$, $\vec{v}_3 = (1 \ 5 \ 0 \ 0)^T$, $\vec{v}_4 = (6 \ 0 \ 0 \ 1)^T$.

ii. $\vec{v}_1 = (1 \ 0 \ 1 \ 0)^T$, $\vec{v}_2 = (2 \ 3 \ 5 \ 0)^T$, $\vec{v}_3 = (3 \ 3 \ 6 \ 0)^T$, $\vec{v}_4 = (4 \ 4 \ 8 \ 4)^T$.

iii. $\vec{v}_1 = (1 \ 6 \ 9 \ 4)^T$, $\vec{v}_2 = (2 \ 7 \ 8 \ 3)^T$, $\vec{v}_3 = (3 \ 8 \ 7 \ 2)^T$, $\vec{v}_4 = (4 \ 9 \ 6 \ 1)^T$, $\vec{v}_5 = (5 \ 0 \ 5 \ 0)^T$.

Άσκηση 3

[Δελής Σεπ 22]

Έστω τα διανύσματα

$$\vec{u}_1 = [1, 0, 1, 2]^T, \vec{u}_2 = [2, 1, 1, 0]^T, \vec{u}_3 = [2, 1, 0, 1]^T$$

και

$$\vec{x} = [1, 1, 2, -4]^T.$$

Αποδείξτε αν το διάνυσμα \vec{x} μπορεί να γραφεί σαν γραμμικός συνδυασμός των \vec{u}_1 , \vec{u}_2 και \vec{u}_3 και αν ναι, ποιός είναι αυτός; Είναι τα \vec{u}_1 , \vec{u}_2 και \vec{u}_3 γραμμικά ανεξάρτητα;

Άσκηση 4

[Δελής Σεπ 21 (ερώτημα)]

Έστω σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

Βρείτε για ποια \vec{b} το σύστημα είναι συμβιβαστό.



Όλα τα, μέχρι τώρα, φυλλάδια:

set 1



set 2



set 3



set 4



set 5

