

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -4 & -7 \\ -5 & 2 & 5 & 2 \\ -9 & 2 & 7 & 3 \\ -2 & -8 & -7 & -4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} E_2 \leftarrow E_2 - \frac{-5}{4} E_1 \\ E_3 \leftarrow E_3 - \frac{-9}{4} E_1 \\ E_4 \leftarrow E_4 - \frac{-2}{4} E_1 \end{array}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5/4 & 1 & 0 & 0 \\ 9/4 & \square & 1 & 0 \\ -2/2 & \square & \square & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -4 & -7 \\ 0 & -8 & 0 & -27/4 \\ 0 & -16 & -2 & -51/4 \\ 0 & -12 & -9 & -15/2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} E_3 \leftarrow E_3 - \frac{-16}{-8} E_2 \\ E_4 \leftarrow E_4 - \frac{-12}{-8} E_2 \end{array}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5/4 & 1 & 0 & 0 \\ -9/4 & 2 & 1 & 0 \\ -2/2 & 3/2 & \square & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -4 & -7 \\ 0 & -8 & 0 & -27/4 \\ 0 & 0 & -2 & 3/4 \\ 0 & 0 & -9 & 21/8 \end{bmatrix} \begin{array}{l} E_4 \leftarrow E_4 - \frac{-9}{-2} E_3 \end{array}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5/4 & 1 & 0 & 0 \\ -9/4 & 2 & 1 & 0 \\ -2/2 & 3/2 & 9/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{(3)} = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -4 & -7 \\ 0 & -8 & 0 & -27/4 \\ 0 & 0 & -2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 0 & -3/4 \end{bmatrix} = U$$

A_{α}

$$U = \begin{bmatrix} 4 & -8 & -4 & -7 \\ 0 & -8 & 0 & -27/4 \\ 0 & 0 & -2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 0 & -3/4 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5/4 & 1 & 0 & 0 \\ -9/4 & 2 & 1 & 0 \\ -2/2 & 3/2 & 9/2 & 1 \end{bmatrix}$$

Παρατηρήστε ότι η μεταστροφή του U είναι copy-paste από την αντίστοιχη άσκηση (Γάυς).

$$\begin{aligned}
 A\vec{x} &= \vec{b} \iff \\
 L^U \vec{x} &= \vec{b} \iff
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \textcircled{1} \text{ Λύσε } L\vec{c} = \vec{b} \\
 \textcircled{2} \text{ Λύσε } U\vec{x} = \vec{c}
 \end{array} \right.$$

Λύνω τα δύο προβλήματα:

$\textcircled{1} L\vec{c} = \vec{b} \iff$

$c_1 = 7$

Προς τα εμπρός
 αντίστροφο

}

\iff

$c_2 = -\frac{25}{4}$

$c_3 = -\frac{15}{4}$

$c_4 = \frac{15}{4}$

Παρατηρήστε ότι το \vec{c} είναι το ίδιο με την αντίστροφη Γάυς

$\textcircled{2} U\vec{x} = \vec{c} \iff$

}

\iff

$4x_1 - 8x_2 - 4x_3 - 7x_4 = 7$

$-8x_3 - \frac{27}{4}x_4 = -\frac{25}{4}$

$-2x_3 + \frac{3}{4}x_4 = -\frac{15}{4}$

$-\frac{3}{4}x_4 = \frac{15}{4}$

Προς τα πίσω
 αντίστροφο

$x_4 = -5$

$x_3 = 0$

$x_2 = 5$

$x_1 = 3$