Εφαρμογές θεωρίας Παιγνίων σε ασύρματα δίκτυα

Ματιγάκης Μανώλης

20 Νοεμβρίου 2008

- Στα ασύρματα δίκτυα οι δύο βασικοί πόροι είναι η ισχύς και το εύρος ζώνης.
- Και τα δύο είναι περιορισμένα.
- Η ισχύς περιορίζεται από το γεγονός ότι οι ασύρματες συσκευές λειτουργούν με μπαταρία και άρα πρέπει να κάνουν οικονομία στην διαχείριση της ενέργειας.
- Το εύρος ζώνης που μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα δίκτυο καθορίζεται από διεθνείς συμβάσεις οι οποίες μοιράζουν το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα.
- Τα δίκτυα που λειτουργούν για παράδειγμα στην μπάντα ISM πρέπει να μοιράζονται το φάσμα με άλλα δίκτυα που βρίσκονται στην ίδια περιοχή.

- Εδώ και αρκετά χρόνια γίνεται προσπάθεια να εφαρμοστούν τεχνικές από την θεωρία παιγνίων στην μελέτη προβλημάτων κατανομής πόρων σε ασύρματα δίκτυα.
- Θα δούμε δυο παραδείγματα τέτοιων προσπαθειών για δύο διαφορετικά προβλήματα.
- Στο πρώτο έχουμε σταθερό εύρος ζώνης και οι χρήστες ανταγωνίζονται να πετύχουν τον καλύτερο δυνατό λόγο ρυθμού προς ισχύ εκπομπής.
- Στο δεύτερο έχουμε σταθερή ισχύ εκπομπής και οι χρήστες ανταγωνίζονται για να πετύχουν τον καλύτερο δυνατό ρυθμό μοιράζοντας την ισχύ τους κατάλληλα στο φάσμα.

- Για να μεταδώσουμε φωνή με αξιοπρεπή ποιότητα αρκεί να έχουμε μια σύνδεση με ένα ελάχιστο SINR.
- Δεν έχει νόημα να αυξήσουμε την ισχύ περισσότερο αφού δεν κερδίζουμε τίποτα.
- Η μετάδοση δεδομένων σε αντίθεση με την φωνή δεν είναι ανεκτική σε σφάλματα.
- Η πιθανότητα σφάλματος επηρεάζεται σημαντικά από το SINR.
- Επομένως, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι χρήστες ανταγωνίζονται προκειμένου να βελτιώσουν το utility τους.
- Το utility εξαρτάται γενικά από το τι θέλουμε να πετύχουμε.

- Αν στόχος είναι να βελτιστοποιήσουμε την φασματική απόδοση τότε μια καλή επιλογή για τα utilities είναι

$$u_k(\gamma_k) = \zeta_k \log(1 + \gamma_k) - c_k p_k$$

- Ο πρώτος όρος έχει σχέση με την χωρητικότητα του καναλιού ενώ ο δεύτερος είναι ένας pricing factor, όπως αποκαλείται, ο οποίος επιλέγεται έτσι ώστε να μην μεταδίδουν όλοι με την μέγιστη ισχύ τους.

- Αν στόχος είναι να βελτιστοποιήσουμε την απόδοση ισχύος τότε μια κατάλληλη επιλογή utilities είναι

$$u_k(\gamma_k) = \frac{T_k}{p_k}$$

- όπου T_k είναι το throughput του χρήστη i

$$T_k = \frac{bits}{packet} \cdot \frac{correct\ packets}{sec}$$

- Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπάρχει κάποια συνάρτηση απόδοσης $f(\gamma_k)$ για την οποία

$$T_k = R_k f(\gamma_k)$$

  όπου R_k είναι ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης που καθορίζεται από την διαμόρφωση και την περίοδο συμβόλου.
- Τα κανάλια θεωρούνται κοινή γνώση.
- Κάθε χρήστης έχει περιορισμό στην συνολική ισχύ εκπομπής p_{max}.

- Ένα NE του παιχνιδιού είναι ένα διάνυσμα $(p_1, \ldots, p_N)$ για το οποίο το utility κάθε παίκτη είναι μέγιστο δεδομένων των ισχύων εκπομπής όλων των άλλων.
- Επομένως αν δεν περιορίζεται από το p_{max} η ισχύ κανενός τότε για κάθε παίκτη k ισχύει

$$\frac{\partial u_k}{\partial p_k} = 0$$

- Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι για κάθε χρήστη k ισχύει

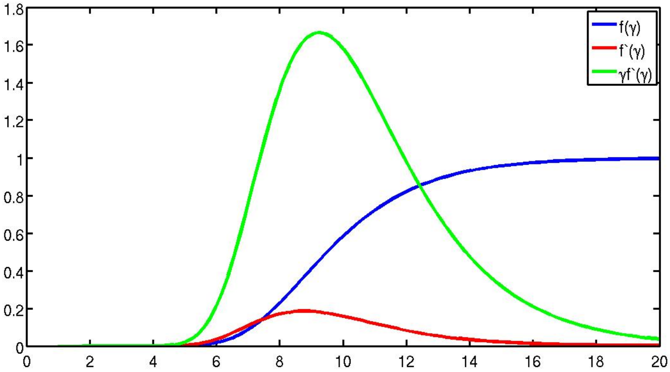
$$f(\gamma_k) = \gamma_k \frac{\partial f(\gamma_k)}{\partial p_k}$$

- Αν η συνάρτηση απόδοσης είναι ίδια για όλους τότε όλοι θα έχουν το ίδιο SINR.
- Επομένως γυρίζουμε στην κλασική περίπτωση ελέγχου ισχύος.
- Στον κλασικό έλεγχο τα target SINRs προέκυπταν από την εφαρμογή.
- Ενώ τώρα προκύπτουν από την συνάρτηση απόδοσης $f(\gamma)$ η οποία εξαρτάται από τις παραμέτρους της μετάδοσης όπως η διαμόρφωση και το μήκος πακέτου.

- Εφόσον έχουν το ίδιο SINR θα έχουν και τον ίδιο ρυθμό.
- Οι χρήστες που είναι πιο μακριά από τον σταθμό βάσης θα πρέπει να μεταδίδουν με μεγαλύτερη ισχύ από αυτούς που είναι πιο κοντά.
- Επομένως έχουν μικρότερη απόδοση ισχύος από τους υπόλοιπους.

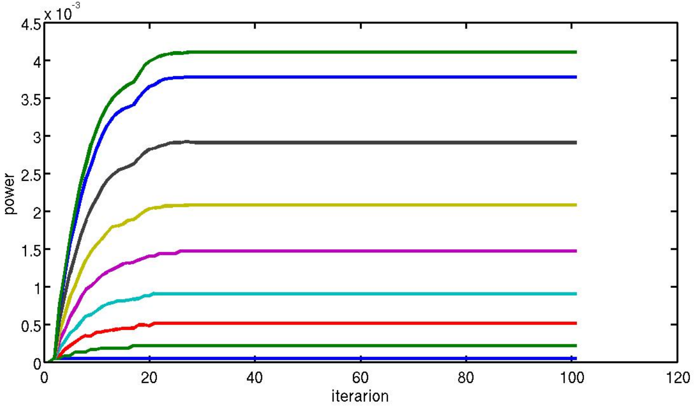
Παράδειγμα

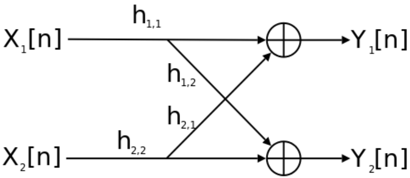
- 9 χρήστες, σε αποστάσεις 310,460,570,660,740,810,880,940,960 μέτρα από το σταθμό βάσης.
- περιορισμός ισχύος 2 Watt.
- συνάρτηση απόδοσης $f(\gamma) = (1 - e^{\gamma/2})^{80}$.
- 1 MHz bandwidth
- $h \sim d^{-4}$
- ισχύς θορύβου 5×10^{-15} Watt.


f(γ)
f`(γ)
γf`(γ)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

- Η συνάρτηση βέλτιστης απόκρισης του παίκτη i $r_i(p_{-i})$ δίνει την βέλτιστη ισχύ εκπομπής του χρήστη i δεδομένης της ισχύος εκπομπής των άλλων.
- Ορίζουμε $r(p) = (r_1(p_{-1}), \ldots, r_N(p_{-N}))$
- Αποδεικνύεται ότι η συνάρτηση $r(p)$ έχει τις εξής ιδιότητες
  - $r(p) > 0$.
  - αν $p > p'$ τότε $r(p) > r(p')$.
  - για κάθε $\alpha > 1$, $\alpha r(p) > r(\alpha p)$.
- σύμφωνα με την θεωρία των standard interferene functions η $r(p)$ αν έχει σταθερό σημείο είναι μοναδικό.
- Το σταθερό σημείο της $r(p)$ αντιστοιχεί στο NE του παιχνιδιού.

- η ακολουθία $p(t+1) = r(p(t))$ θα συγκλίνει στο NE του παιχνιδιού.





Το κανάλι αλληλοπαρεμβολής με δύο χρήστες

Το σήμα κάθε χρήστη i είναι τυχαίο. Επομένως μπορεί να αναπαρασταθεί από μια στοχαστική διαδικασία $x_i[n]$. Η στοχαστική διαδικασία $x_i[n]$ έχει κάποια φασματική πυκνότητα ισχύος $p_i(f)$. Ο θόρυβος που βλέπει ο χρήστης i είναι η συνισταμένη του θερμικού θορύβου και του σήματος των άλλων χρηστών.

$$I_i[n] = \sum_{j \neq i} h_{j,i} x_j[n] + z_i[n]$$

Η φασματική πυκνότητα της οποίας είναι

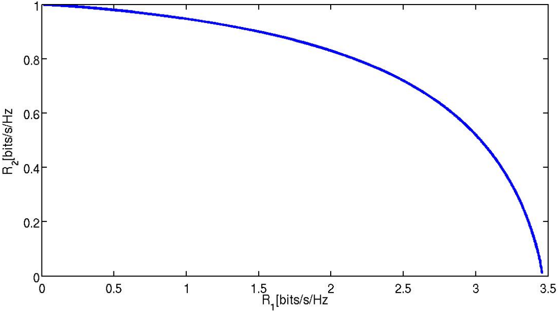
$$I_i(f) = \sum_{j \neq i} |h_{j,i}|^2 p_j(f) + N_0$$

Ο ρυθμός με τον οποίο μπορεί να επικοινωνήσει ο χρήστης i όταν η φασματική πυκνότητα ισχύος του είναι $p_i(f)$ αποδεικνύεται ότι είναι

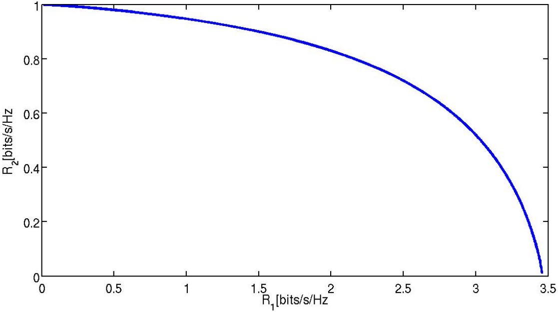
$$R_i = \int \log\left(1 + \frac{|h_{i,i}|^2 p_i(f)}{I_i(f)}\right) df$$

Για κάθε M-αδα $(p_1(f), \ldots, p_M(f))$ παίρνουμε μια M-αδα $(R_1, \ldots, R_M)$ από ρυθμούς. Το σύνολο όλων των σημείων $(R_1, \ldots, R_M)$ που επιτυγχάνονται για κάποια επιλογή από $(p_1(f), \ldots, p_M(f))$ ονομάζεται capacity region του καναλιού.

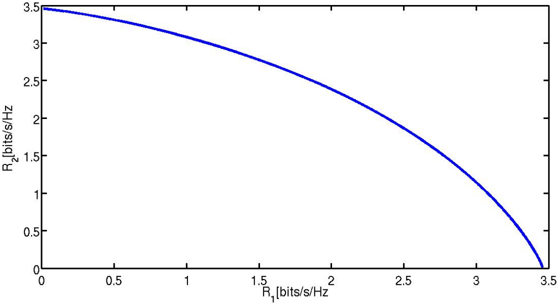
$M = 2, W = 1, c_{1,1} = 1, c_{2,2} = 1, N_0 = 1, c_{1,2} = 0.5,$
$c_{2,1} = 10, P_1 = 10, P_2 = 1$



$M = 2, W = 1, c_{1,1} = 1, c_{2,2} = 1, N_0 = 1, c_{1,2} = 0.5,$
$c_{2,1} = 3, P_1 = 10, P_2 = 1$



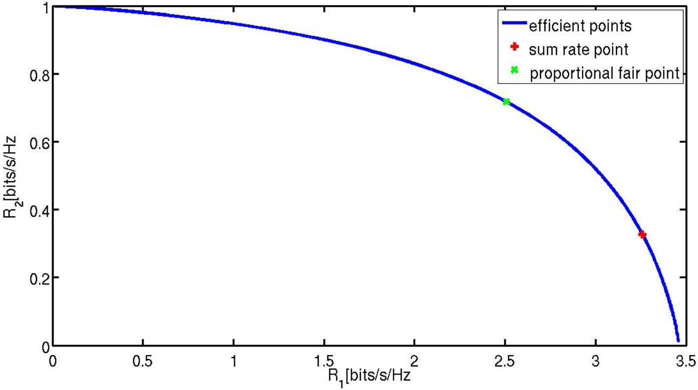
$M = 2, W = 1, c_{1,1} = 1, c_{2,2} = 1, N_0 = 1, c_{1,2} = 0.5,$
$c_{2,1} = 10, P_1 = 10, P_2 = 10$



- Αν οι ρυθμοί των χρηστών βρίσκονται αυστηρά μέσα στο capacity region τότε όλοι οι χρήστες θα μπορούσαν να αυξήσουν το ρυθμό τους ταυτόχρονα.
- Αν οι ρυθμοί των χρηστών βρίσκονται πάνω στο σύνορο του capacity region τότε δεν είναι δυνατό να αυξηθεί ο ρυθμός κάποιου χρήστη χωρίς να μειωθεί ο ρυθμός κάποιου άλλου.
- Τα σημείο αυτά είναι αποδοτικά υπό την έννοια ότι εκμεταλλεύονται το κανάλι όσο το δυνατό καλύτερα.

- Τα σημεία $(R_{1max}, 0)$ και $(0, R_{2max})$ είναι και αυτά αποδοτικά αλλά προφανώς έχουν κάποιο πρόβλημα. Μεταδίδει μόνο ο ένας κάθε φορά.
- Γενικά ένα σημείο $(R_1, \ldots, R_M)$ του capacity region είναι δίκαιο αν οι ρυθμοί των χρηστών είναι ίσοι ή περίπου ίσοι.
- Μπορεί να θεωρήσουμε ότι μετράμε την δικαιότητα ενός σημείου πάνω στο capacity region με κάποιο utility function $U(R_1, \ldots, R_M)$.
- Αν η συνάρτηση είναι αύξουσα ως προς κάθε μεταβλητή R_i τότε δικαιότερο σημείο θα βρίσκεται πάνω στο σύνορο του capacity region άρα θα είναι και αποδοτικό.

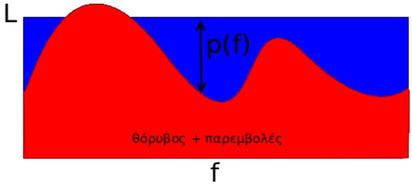
- $U_{SUM}(R_1, \ldots, R_M) = \sum_{i=1}^{M} R_i$
- $U_{PF}(R_1, \ldots, R_M) = \sum_{i=1}^{M} \log(R_i)$



- Τι είδους κατανομή φάσματος χρειάζεται για να έχω αποδοτική χρήση του καναλιού;
- Αν για κάποιους χρήστες i και j, $c_{i,j}c_{j,i} > c_{i,i}c_{j,j}$ τότε όλα τα αποδοτικά σημεία επιτυγχάνονται με FDM.
- και στα τρία παραδείγματα με δυο χρήστες που είδαμε πριν ισχύει $c_{1,2}c_{2,1} > c_{1,1}c_{2,2}$, επομένως το σύνορο δίνεται από

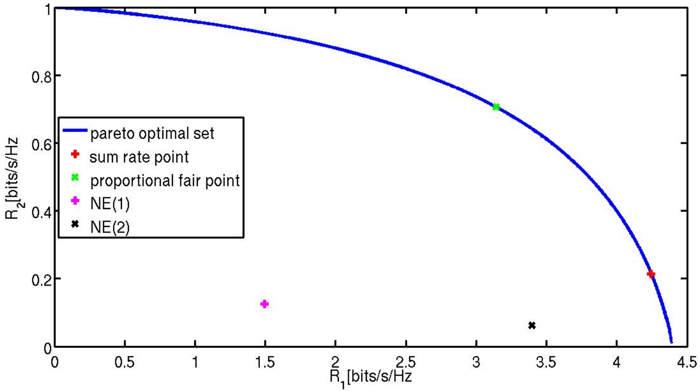
$$R_1 = W_1 log\left(1 + \frac{c_{1,1}P_1}{N_0 W1}\right)$$
$$R_2 = (1 - W_1) log\left(1 + \frac{c_{2,2}P_2}{N_0(1-W_1)}\right)$$

- Αν η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου που βλέπει ο χρήστης i είναι δοσμένη τότε πια είναι η βέλτιστη φασματική πυκνότητα ισχύος;
- Η $p_i(f)$ που μεγιστοποιεί τον ρυθμό του χρήστη i βρίσκεται κάνοντας waterfilling.



- Όμως ο χρήστης i δεν γνωρίζει τι κατανομές θα επιλέξουν οι άλλοι. Τι κατανομή επομένως πρέπει να επιλέξει αφού δεν γνωρίζει τις κατανομές των άλλων;
- Θεωρούμε ότι ο χρήστης i γνωρίζει όλα τα κανάλια.
- Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι χρήστες παίζουν ένα παιχνίδι όπου καθένας αποσκοπεί στην μεγιστοποίηση του ρυθμού του επιλέγοντας κατάλληλα την φασματική κατανομή ισχύος του.
- Το παιχνίδι αυτό λέγεται GIG.

- Μια καλή πρόβλεψη για το τι θα πρέπει να επιλέξουν οι παίκτες είναι το Nash equilibrium.
- Όπως είπαμε η βέλτιστη φασματική κατανομή ισχύος δοσμένης της φασματικής κατανομής ισχύος του θορύβου είναι waterfilling.
- Αν όλοι οι χρήστες χρησιμοποιούν λευκές φασματικές πυκνότητες ισχύος $p_i(f) = P_i/W$ τότε η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου που βλέπει ο καθένας είναι λευκή.
- Επομένως, η βέλτιστη φασματική πυκνότητα ισχύος του καθενός είναι λευκή.
- Συμπέρασμα: το GIG έχει πάντα ένα NE.


pareto optimal set
sum rate point
proportional fair point
NE(1)
NE(2)
R_2[bits/s/Hz
R_1[bits/s/Hz
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0.5
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5

- Ο βασικός λόγος που το NE είναι τόσο κακό είναι ότι οι χρήστες δεν 'εμπιστεύονται' ο ένας τον άλλο.
- Στην πράξη οι χρήστες αλληλεπιδρούν για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Θα μπορούσαν επομένως να μάθουν την φασματική πυκνότητα ισχύος των υπολοίπων.
- Αλλάζοντας την φασματική πυκνότητα ισχύος τους μπορούν να επηρεάσουν τον ρυθμό των άλλων όπως και τον δικό τους.
- Θεωρούμε ότι οι χρήστες ενδιαφέρονται και για την μελλοντική τους απόδοση.
- Μπορούμε επομένως να ορίσουμε ένα repeated game στο οποίο οι χρήστες προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν το 'συνολικό' τους ρυθμό.

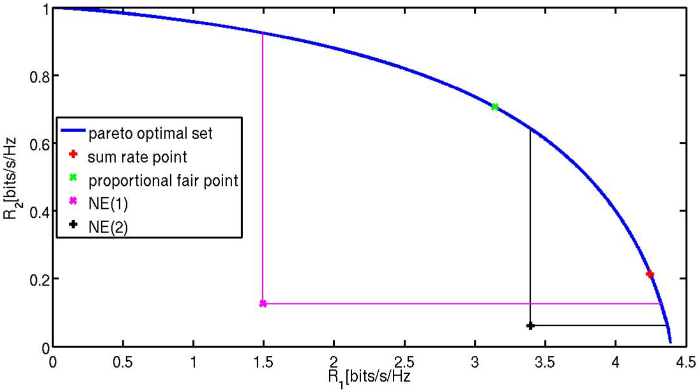
- Θεωρητικά το παιχνίδι μπορεί να παίζεται για πάντα.
- Στην πράξη θα παίζεται για ένα πεπερασμένο αλλά άγνωστο εξ αρχής αριθμό φορών.
- Για να αποφείγουμε τον ενδεχόμενο το utility να άπειρίζεται θεωρούμε ότι το utility κάθε παίκτη είναι ένας δ-discounted average του ρυθμού που έχει σε κάθε γύρο.

$$U_i = (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t R_i(t)$$

- όπου $\delta < 1$, είναι μια παράμετρος που καθορίζει πόσο πολύ επηρεάζουν την οφέλεια του χρήστη i τα payoffs των επόμενων γύρων.

- Αν σε κάθε γύρο του παιχνιδιού οι χρήστες επιλέγουν στρατηγικές που οδηγούν σε ένα NE του στατικού παιχνιδιού τότε αυτές οι στρατηγικές αποτελούν NE του repeated game.
- Επομένως το NE του στατικού GIG είναι και NE του repeated GIG.
- Υπάρχουν όμως και άλλα όπως η στρατηγική grim trigger.

- Έστω ότι κάθε παίκτης παίζει ως εξής
- στον πρώτο γύρο επιλέγει μια φασματική πυκνότητα ισχύος που οδηγεί σε ένα αποδοτικό σημείο.
- Σε κάθε επόμενο γύρο συνεχίζει να έχει την ίδια φασματική πυκνότητα ισχύος με τον προηγούμενο γύρο αν και όλοι οι άλλοι έκαναν το ίδιο στους προηγούμενους γύρους. Αλλιώς απλώνει την ισχύ του σε όλο το φάσμα.
- Η στρατηγική αυτή αποτελεί NE του repeated GIG αρκεί ο ρυθμός κάθε χρήστη με την αρχική κατανομή ισχύος να είναι μεγαλύτερος από αυτόν που επιτυγχάνει όταν απλώνει την ισχύ του σε όλο το φάσμα.


pareto optimal set
sum rate point
proportional fair point
NE(1)
NE(2)
R_2[bits/s/Hz
R_1[bits/s/Hz
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0.5
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5