

**Άσκηση 30** Χρησιμοποιώντας το θεώρημα μονότονων ακολουθιών, να δείξετε ότι η ακολουθία

$$a_n = \frac{4^n}{n!}$$

συγκλίνει.

**Άσκηση 31** Η παρακάτω σειρά συγκλίνει ή αποκλίνει; Αν συγκλίνει βρείτε το άθροισμα.

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{4^n} + \dots$$

**Άσκηση 32** Η παρακάτω γεωμετρική σειρά συγκλίνει ή αποκλίνει; Αν συγκλίνει βρείτε το άθροισμα.

$$1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots$$

**Άσκηση 33** Η παρακάτω γεωμετρική σειρά συγκλίνει ή αποκλίνει; Αν συγκλίνει βρείτε το άθροισμα.

$$8 + 2 + \frac{1}{2} + \dots$$

**Άσκηση 34** Η παρακάτω γεωμετρική σειρά συγκλίνει ή αποκλίνει; Αν συγκλίνει βρείτε το άθροισμα.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$$

**Άσκηση 35** [Thomas §10.2, ασκ. 5] Μελετήστε, ως προς την σύγκλιση, την σειρά

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots$$

**Άσκηση 36** Μελετήστε, ως προς την σύγκλιση, την σειρά

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n}$$

**Άσκηση 37** [Thomas §10.2, ασκ. 8] Μελετήστε, ως προς την σύγκλιση, την σειρά

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{4^n}$$

**Άσκηση 38** Εκφράστε τον αριθμό  $0.\overline{234}$  ως λόγο δυο ακεραίων

**Άσκηση 39** Δείξτε ότι

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n} = \frac{5}{6}$$

**Άσκηση 40** Χρησιμοποιώντας ένα τετράγωνο  $1 \times 1$  δείξτε ότι

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$$

**Άσκηση 41** [Thomas §10.2, ασκ. 64] Μελετήστε, ως προς την σύγκλιση, τις σειρές

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

και

$$\sum_{n=1000}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

**Άσκηση 42** [Thomas §10.2, ασκ. 87] Γράψτε την σειρά

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

ως άθροισμα με δείκτη που ξεκινά από την τιμή:

(i)  $n = -2$

(ii)  $n = 0$

(iii)  $n = 5$

(iv)  $n = -1$

**Άσκηση 43** [Thomas §10.2, ασκ. 98] Βρείτε την τιμή του  $b$  για την οποία

$$1 + e^b + e^{2b} + e^{3b} + e^{4b} + \dots = 9$$

**Άσκηση 44** [Thomas §10.2, ασκ. 41] Μελετήστε, ως προς την σύγκλιση, την σειρά

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\ln \sqrt{n+1} - \ln \sqrt{n})$$