

Άσκηση 92 Βρείτε και σχεδιάστε το Π.Ο. κάθε μιας από τις παρακάτω συναρτήσεις

$$(\alpha') f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$$

$$(\beta') g(x, y) = \frac{(x-1)(y+2)}{(y-x)(y-x^2)}$$

$$(\gamma') h(x, y, z) = \frac{(3x - 4y + 2z)}{\sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}}$$

Άσκηση 93 Βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια

$$(i) \lim_{(x,y) \rightarrow (0, \ln 2)} e^{x-y}$$

$$(ii) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (2, -3, 6)} \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$(iii) \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ x \neq y}} \frac{x-y+2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

Άσκηση 94 Θεωρώντας διαφορετικές διαδρομές προσέγγισης, δείξτε ότι η συνάρτηση

$$g(x, y) = \frac{x - y}{x + y}$$

δεν έχει όριο.

Άσκηση 95 Βρείτε την μερική παράγωγο της συνάρτησης

$$g(x, y) = y^2 e^{\frac{2x}{y}}$$

ως προς κάθε μεταβλητή.

Άσκηση 96 Επαληθεύστε ότι

$$w_{xy} = w_{yx}$$

για

$$(\alpha') w = e^x + x \ln y + y \ln x$$

$$(\beta') \quad w = \frac{x^2}{y^3}$$

Άσκηση 97 Βρείτε την τιμή της $\frac{\partial z}{\partial x}$ στο σημείο $(1, 1, 1)$ αν η εξίσωση

$$xy + z^3x - 2yz = 0$$

ορίζει το z συναρτήσει των δυο ανεξάρτητων μεταβλητών x και y και η ζητούμενη μερική παράγωγος υπάρχει.

Άσκηση 98 Βρείτε την τιμή της $\frac{\partial x}{\partial z}$ στο σημείο $(1, -1, 3)$ αν η εξίσωση

$$xy + y \ln x - x + 4 = 0$$

ορίζει το x συναρτήσει των δυο ανεξάρτητων μεταβλητών y και z και η ζητούμενη μερική παράγωγος υπάρχει.

Άσκηση 99 Βρείτε το ∇f στο σημείο $(1, 1, 1)$ για

$$(\alpha') \quad f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2 + z \ln x$$

$$(\beta') \quad f(x, y, z) = 2z^3 - 3(x^2 + y^2)z + \tan^{-1}(xz)$$

Άσκηση 100 Βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f στο P_0 στην κατεύθυνση του διανύσματος \vec{A} .

$$(\alpha') \quad f(x, y) = 2xy - 3y^2, \quad P_0(5, 5), \quad \vec{A} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$$

$$(\beta') \quad f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - 3z^2, \quad P_0(1, 1, 1), \quad \vec{A} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

Άσκηση 101 Ένας σκιέρ είναι σε ένα βουνό που περιγράφεται από την εξίσωση

$$z = 100 - 0.4x^2 - 0.3y^2$$

Το z δηλώνει το ύψος. Ο σκιέρ βρίσκεται στο σημείο με xy συντεταγμένες $(1, 1)$ και θέλει να κατέβει όσο το δυνατόν γρηγορότερα. Προς ποια κατεύθυνση πρέπει να κινηθεί;

