

Άσκηση 107

Υπολογίστε το παρακάτω ολοκλήρωμα.

$$\iint_D e^{x^2+y^2} dA,$$

όπου D είναι το εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου.

Άσκηση 108 Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\iint_D 2xy dA,$$

όπου D είναι η περιοχή μεταξύ των κύκλων με ακτίνες 2 και 5, που βρίσκεται στο 1ο τεταρτημόριο.

Άσκηση 109

Υπολογίστε το ολοκλήρωμα.

$$I = \iint_R 3x dx dy,$$

όπου R είναι το χωρίο

$$R = \{(r, \theta) : 1 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq \pi\}.$$

[Homework]

Άσκηση 110

Ολοκληρώστε τη συνάρτηση

$$f(x, y) = \frac{\ln(x^2 + y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

στο χωρίο $1 \leq x^2 + y^2 \leq e$.

Άσκηση 111 [Thomas §15.4, ασκ. 12]

Μετατρέψτε το καρτεσιανό ολοκλήρωμα σε ισοδύναμο πολικό. Έπειτα υπολογίστε το πολικό.

$$I = \int_{-a}^a \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dy dx$$

Άσκηση 112 Υπολογίστε το ολοκλήρωμα.

$$I = \iint_R (x + y) dA,$$

όπου R είναι το χωρίο

$$R = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0\}.$$

Άσκηση 113 [Thomas §15.4, ασκ. 14]

Μετατρέψτε το παρακάτω καρτεσιανό ολοκλήρωμα σε ισοδύναμο πολικό. Έπειτα υπολογίστε το πολικό.

$$I = \int_0^2 \int_0^x dy dx$$

Άσκηση 114 [Thomas §15.4, ασκ. 19]

Μετατρέψτε το παρακάτω καρτεσιανό ολοκλήρωμα σε ισοδύναμο πολικό. Έπειτα υπολογίστε το πολικό.

$$I = \int_0^{\ln 2} \int_0^{\sqrt{(\ln 2)^2 - y^2}} e^{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx$$

[Homework]

Άσκηση 115 Να υπολογίσετε το παρακάτω ολοκλήρωμα

$$I = \iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy,$$

όταν D είναι το επίπεδο χωρίο του \mathbb{R}^2 που περιορίζεται από τις ανισότητες

$$x \leq y, \quad x^2 + y^2 \leq 2, \quad x^2 + y^2 \geq 1$$

[Homework]

Άσκηση 116 Βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την

$$r = 1 - \sin \theta.$$

Άσκηση 117

Υπολογίστε το

$$I = \iint_D x \, dA,$$

όπου D είναι η περιοχή του πρώτου τεταρτημόριου που περικλείεται από τις καμπύλες $x^2 + y^2 = 4$ και $x^2 + y^2 = 2x$.

[Homework]

