

Άσκηση 1 Έστω το γραμμικό σύστημα:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -9 \\ 7x_1 - 5x_2 + 5x_3 = -53 \\ 9x_1 - 6x_2 + 2x_3 = -74 \end{cases} .$$

- (i) Γράψτε σε μορφή πινάκων ($A\vec{x} = \vec{b}$) το παραπάνω γραμμικό σύστημα.
- (ii) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος \vec{c} . Δηλαδή ξεκινώντας από τον επαυξημένο πίνακα $[A | \vec{b}]$ καταλήξτε στον $[U | \vec{c}]$.
- (iii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση \vec{x} .
- (iv) Επαληθεύστε την λύση (αντικαθιστώντας την στο αρχικό σύστημα).

Άσκηση 2 Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 4 & 6 & -3 \\ 9 & 7 & -5 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ 26 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- (i) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος \vec{c} . Δηλαδή ξεκινώντας από τον επαυξημένο πίνακα $[A | \vec{b}]$ καταλήξτε στον $[U | \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση \vec{x} .
- (iii) Επαληθεύστε την λύση (χρησιμοποιώντας Matlab ή Octave ή Freemat).

Άσκηση 3 Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & -6 & 0 & 1 \\ -2 & 7 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος \vec{c} . Δηλαδή ξεκινώντας από τον επαυξημένο πίνακα $[A | \vec{b}]$ καταλήξτε στον $[U | \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση \vec{x} .

Άσκηση 4 Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- (i) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος \vec{c} . Δηλαδή ξεκινώντας από τον επαυξημένο πίνακα $[A | \vec{b}]$ καταλήξτε στον $[U | \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, επιλύστε το αρχικό σύστημα.

Άσκηση 5 Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & -2 & 3 \\ -2 & 7 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος \vec{c} .
 Δηλαδή ξεκινώντας από τον επαυξημένο πίνακα $[A | \vec{b}]$ καταλήξτε στον $[U | \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση \vec{x} .