

Άσκηση 1 Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -6 & 0 \\ -2 & 7 & 2 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (1)$$

- (i) Εφαρμόζοντας απαλοιφή Gauss με μερική οδήγηση, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος \vec{c} . Δηλαδή ξεκινώντας από τον επαυξημένο πίνακα $[A | \vec{b}]$ καταλήξτε στον $[U | \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση \vec{x} .

Άσκηση 2 Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 7 & 8 & -5 \\ -8 & -4 & -9 & 3 \\ 0 & 16 & -13 & -1 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ 47 \\ -49 \\ 35 \end{bmatrix}$$

- (i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

- (ii) Κάνοντας πολλαπλασιασμό πινάκων επαληθεύστε ότι $PA = LU$.
- (iii) Υπολογίστε την λύση του συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω παραγοντοποίηση LU (λύνοντας 2 τριγωνικά συστήματα).
- (iv) Επαληθεύστε την λύση (αντικαθιστώντας την στο αρχικό σύστημα).

Άσκηση 3 Να βρεθεί, αν υπάρχει, ο αντίστροφος του παρακάτω πίνακα A με την μέθοδο Gauss-Jordan.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Άσκηση 4 (Για εξάσκηση) Να βρεθεί, αν υπάρχει, ο αντίστροφος του παρακάτω πίνακα A με την μέθοδο Gauss-Jordan.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$