Άσκηση 1 *Έστω*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ και } B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Να υπολογιστούν τα γινόμενα AB και BA. Ισχύει $AB = BA$ για τους συγκεκριμένους πίνακες;

Άσκηση 2 *Έστω τα διανύσματα*

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Υπολογίστε, αν ορίζονται, τα παρακάτω γινόμενα: (α΄) $\vec{x}\,\vec{y}$ (β΄) $\vec{x}^T\,\vec{y}$ (γ΄) $\vec{y}^T\,\vec{x}$ (δ΄) $\vec{y}\,\vec{x}$

Άσκηση 3 [ap38] *Έστω πίνακας*

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ και διάνυσμα } \overrightarrow{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Υπολογίστε την νόρμα-1, την ευκλείδια νόρμα και τη νόρμα απείρου του διανύσματος

$$\overrightarrow{y} = AA^T\overrightarrow{x}.$$

Άσκηση 4 *Έστω*

$$\overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

Να γίνει ο πολλαπλασιασμός $\overrightarrow{u}A$ με δυο τρόπους.

(α΄) *Κάνοντας χρήση εσωτερικών γινομένων του $\overrightarrow{u}$ με τις στήλες του A*

(β΄) *θεωρώντας το $\overrightarrow{u}A$ ως γραμμικό συνδυασμό των γραμμών του πίνακα A.*

Άσκηση 5 *Έστω*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{και } \overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Να γίνει ο πολλαπλασιασμός $A\overrightarrow{u}$ με δυο τρόπους.

(α΄) *Κάνοντας χρήση εσωτερικών γινομένων των γραμμών του A με το $\overrightarrow{u}$*

(β΄) *θεωρώντας το $A\overrightarrow{u}$ ως γραμμικό συνδυασμό των στηλών του πίνακα A.*

Άσκηση 6 *Έστω*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \textit{και } B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Να γίνει ο πολλαπλασιασμός AB με τρείς τρόπους.

(α΄) *Κάνοντας χρήση εσωτερικών γινομένων τών γραμμών του A με τις στήλες του B*

(β΄) *Θεωρώντας τον B ως πίνακα δυο στηλών $[b_{*1} \;\; b_{*2}]$*

(γ΄) *Θεωρώντας τον A ως πίνακα δυο γραμμών $\begin{bmatrix} a_{1*} \\ a_{2*} \end{bmatrix}$*

Άσκηση 7 *Έστω οι πίνακες*

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 9 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \; C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \\ 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \; E = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \; F = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

και τα διανύσματα

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \; \textit{και } y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Υπολογίστε, αν είναι δυνατόν, τα παρακάτω γινόμενα:

(α΄) AB, AC, AD, Ax, Ay.

(β΄) BA, CA, DA, x^TA, y^TA.

(γ΄) $A^2, B^2, C^2, D^2, x^2, (y^T)^2$.

(δ΄) $A(BC), (BC)D$.

(ε΄) AA^T, A^TA, BB^T, B^TB.

(στ΄) E^2, E^3.

(ζ΄) F^2, F^5.