

Άσκηση 1 (Τσαγκάρης) [ap46] Βρείτε τη διάσταση και μια βάση του διανυσματικού χώρου \mathcal{V} που παράγεται από τα διανύσματα $\vec{v}_1 = (1, -2, 4)$, $\vec{v}_2 = (3, 0, -1)$, $\vec{v}_3 = (0, 6, -13)$ και $\vec{v}_4 = (1, 4, -9)$.

Άσκηση 2 [ap47]

i. (Μαρουλάς) Για ποιιά τιμή του θ , το διάνυσμα $\vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ \theta \end{bmatrix}$ μπορεί να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός

$$\text{των } \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{v}_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ii. Εκφράστε το διάνυσμα \vec{x} ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$.

Άσκηση 3 [ap48] [Αλεξιάδου] Να υπολογισθεί, για $n > 1$, η ορίζουσα του $n \times n$ πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} x & y & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x & y \\ y & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x \end{bmatrix}$$

Άσκηση 4 [ap49] [Μαρουλάς] Εξετάστε για ποιές τιμές του a τα παρακάτω συστήματα είναι συμβιβαστά και τότε έχουν ακριβώς μια λύση.

i.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \\ 4x_1 + 2x_2 + (a^2 - 14)x_3 = a + 2 \end{cases} .$$

ii.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + (a + 1)x_3 = -1 \\ x_1 + (a + 2)x_2 + (1 - a)x_3 = 4a + 2 \end{cases} .$$

Άσκηση 5 [ap50] [Αλεξιάδου] Με χρήση ιδιοτήτων, να υπολογισθεί η ορίζουσα του παρακάτω πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{bmatrix} .$$