

**Άσκηση 1**

[ap35] Έστω  $A$  ο (μή τετραγωνικός) πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 6 & 9 & 5 & 4 \\ -1 & -3 & 3 & 0 & 4 \\ 2 & 6 & 15 & 7 & 12 \end{bmatrix}.$$

(i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα  $A$  με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα  $L$  με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα  $P$  και ένα άνω τριγωνικό πίνακα  $U$  τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

(ii) Ποιοί είναι οι οδηγοί, ποιές είναι οι στήλες οδήγησης, ποιά είναι η τάξη του πίνακα  $A$ , ποιές είναι οι βασικές μεταβλητές και ποιές οι ελεύθερες μεταβλητές;

(iii) Χρησιμοποιώντας τους πίνακες  $P, L$  και  $U$  βρείτε, αν υπάρχει, την λύση του γραμμικού συστήματος  $A\vec{x} = \vec{b}$  όπου  $\vec{b} = [1 \ 2 \ 3 \ 4]^T$  και γράψτε την στην μορφή

$$\vec{x}_{γενική} = \vec{x}_{ειδική} + \vec{x}_{ομογενούς}$$

(iv) Χρησιμοποιώντας τους πίνακες  $P, L$  και  $U$  βρείτε, αν υπάρχει, την λύση του γραμμικού συστήματος  $Ax = b$  όπου  $b = [\frac{13}{10} \ 1 \ \frac{1}{2} \ \frac{14}{5}]^T$  και γράψτε την στην μορφή

$$\vec{x}_{γενική} = \vec{x}_{ειδική} + \vec{x}_{ομογενούς}$$

**Άσκηση 2**

[ap36] Έστω το (υπερκαθορισμένο) γραμμικό σύστημα  $A\vec{x} = \vec{b}$  με

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 6 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix},$$

(i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα  $A$  με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα  $L$  με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα  $P$  και ένα άνω τριγωνικό πίνακα  $U$  τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

[Homework]

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 2/3 & 0 & 1 \end{bmatrix} U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(ii) Ποιοί είναι οι οδηγοί, ποιές είναι οι στήλες οδήγησης, ποιά είναι η τάξη του πίνακα  $A$ , ποιές είναι οι βασικές μεταβλητές και ποιές οι ελεύθερες μεταβλητές;

(iii) Χρησιμοποιώντας τους πίνακες  $P, L$  και  $U$  βρείτε, αν υπάρχει, την λύση του γραμμικού συστήματος και γράψτε την στην μορφή

$$\vec{x}_{γενική} = \vec{x}_{ειδική} + \vec{x}_{ομογενούς}$$

(iv) Αν στο δεξί μέλος ήταν  $b_2 = 0$  πως θα επηρεαζόνταν η λύση του συστήματος;

