

Άσκηση 1

Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 7 & 8 & -5 \\ -8 & -4 & -9 & 3 \\ 0 & 16 & -13 & -1 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ 47 \\ -49 \\ 35 \end{bmatrix}$$

(i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

(ii) Κάνοντας πολλαπλασιασμό πινάκων επαληθεύστε ότι $PA = LU$.

(iii) Υπολογίστε την λύση του συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω παραγοντοποίηση LU (λύνοντας 2 τριγωνικά συστήματα).

(iv) Επαληθεύστε την λύση (αντικαθιστώντας την στο αρχικό σύστημα).

Άσκηση 2

Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 7 & 8 & -5 \\ -8 & -4 & -9 & 3 \\ 0 & 16 & -13 & -1 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ 47 \\ -49 \\ 35 \end{bmatrix}$$

Να λυθεί χρησιμοποιώντας απαλοιφή Gauss με μερική οδήγηση.

Άσκηση 3

Έστω ο πίνακας με

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 2 & 10 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

(ii) Έστω

$$b = [0 \quad 12 \quad 2 \quad 0]^T.$$

Υπολογίστε την λύση του συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω παραγοντοποίηση LU (λύνοντας 2 τριγωνικά συστήματα).

(iii) Έστω

$$w = \left[\frac{3}{2} \quad \frac{5}{2} \quad 1 \quad 1 \right]^T.$$

Υπολογίστε την λύση του συστήματος $A\vec{x} = \vec{w}$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω παραγοντοποίηση LU (λύνοντας 2 τριγωνικά συστήματα).

