

Άσκηση 1

[ap8] Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 4 & 6 & -3 \\ 9 & 7 & -5 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ 26 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- (i) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος $\vec{c}$. Δηλαδή ξεκινώντας από τον επανξημένο πίνακα $[A \mid \vec{b}]$ καταλήξετε στον $[U \mid \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση $\vec{x}$.
- (iii) Γράψτε το αρχικό σύστημα σε μορφή εξισώσεων και παράλληλα με την απαλοιφή Gauss κάντε τις ίδιες γραμμοπράξεις και στη μορφή εξισώσεων

Άσκηση 2

[ap29] Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -12 & -3 & 8 \\ -4 & -1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ -21 \\ -7 \\ -25 \end{bmatrix} \quad (1)$$

- (i) Εφαρμόζοντας την απλή απαλοιφή Gauss, βρείτε τον άνω τριγωνικό πίνακα U και το δεξί μέλος $\vec{c}$. Δηλαδή ξεκινώντας από τον επανξημένο πίνακα $[A \mid \vec{b}]$ καταλήξετε στον $[U \mid \vec{c}]$.
- (ii) Κάνοντας προς τα πίσω αντικατάσταση, στο σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$, βρείτε την λύση $\vec{x}$.

Άσκηση 3

[ap13] Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με A, b

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -12 & -3 & 8 \\ -4 & -1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ -21 \\ -7 \\ -25 \end{bmatrix}$$

[Το ίδιο σύστημα το κάναμε και με απαλοιφή Gauss].

1. Βρείτε τους πίνακες L και U που προκύπτουν από την παραγοντοποίηση LU (χωρίς οδήγηση) του πίνακα A .
2. Κάνοντας πολλαπλασιασμό πινάκων επαληθεύστε ότι $A = LU$.
3. Υπολογίστε την λύση του συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω παραγοντοποίηση LU (λύνοντας 2 τριγωνικά συστήματα).
4. Παρατηρείστε τις ομοιότητες με την προηγούμενη άσκηση (απλή απαλοιφή Gauss με απλή LU).

Άσκηση 4

[ap12] Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -12 & -3 & 8 \\ -4 & -1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ -21 \\ -7 \\ -25 \end{bmatrix} \quad (2)$$

- (i) Χρησιμοποιώντας στοιχειώδεις μετασχηματισμούς Gauss να βρεθεί και να λυθεί το ισοδύναμο γραμμικό σύστημα $U\vec{x} = \vec{c}$.
- (ii) Επαληθεύστε την λύση (αντικαθιστώντας την στο αρχικό σύστημα).

