

Άσκηση 1

Να βρεθεί η ανάλυση $LD\hat{U}$ του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & -1 \\ 0 & -12 & -3 & 8 \\ -4 & -1 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 2

Έστω το γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 7 & 8 & -5 \\ -8 & -4 & -9 & 3 \\ 0 & 16 & -13 & -1 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ 47 \\ -49 \\ 35 \end{bmatrix}$$

(i) Να γίνει η διάσπαση LU του πίνακα A με μερική οδήγηση. Δηλαδή βρείτε ένα κάτω τριγωνικό πίνακα L με μονάδες στην διαγώνιο, ένα τετραγωνικό μεταθετικό πίνακα P και ένα άνω τριγωνικό πίνακα U τέτοιους ώστε να ισχύει

$$PA = LU.$$

(ii) Κάνοντας πολλαπλασιασμό πινάκων επαληθεύστε ότι $PA = LU$.

(iii) Υπολογίστε την λύση του συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ χρησιμοποιώντας την παραπάνω παραγοντοποίηση LU (λύνοντας 2 τριγωνικά συστήματα).

(iv) Επαληθεύστε την λύση (αντικαθιστώντας την στο αρχικό σύστημα).

Άσκηση 3

Να βρεθεί, αν υπάρχει, ο αντίστροφος του παρακάτω πίνακα A με την μέθοδο Gauss-Jordan.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Άσκηση 4

Έστω το συμμετρικό γραμμικό σύστημα $A\vec{x} = \vec{b}$ με

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(α) Να βρεθεί η ανάλυση $A = LDL^T$ του συμμετρικού πίνακα A

- Κάνοντας απαλοιφή Gauss
- [Από την προηγούμενη φορά] Χωρίς απαλοιφή Gauss

(β) Να λύθει το σύστημα χρησιμοποιώντας την παραπάνω ανάλυση LDL^T .

