

question: na_diff_proskrousi_autokinitou_001_v_005

Τα παρακάτω δεδομένα δείχνουν την ταχύτητα ενός οχήματος κατά την διάρκεια μιας δοκιμής πρόσκρουσης.

Χρόνος $t(sec)$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
Ταχύτητα $v(m/sec)$	26	24	20	17	13	5	4	2	0

Η στιγμιαία δύναμη F που ασκείται στο όχημα κατά την διάρκεια της πρόσκρουσης δίνεται από την σχέση

$$F = m \frac{dv}{dt},$$

όπου $m = 990kg$ η μάζα του οχήματος.

- α) Χρησιμοποιώντας τύπο πεπερασμένων διαφορών τάξεως $O(h^2)$ υπολογίστε την δύναμη F (σε N) την χρονική στιγμή $t = 0 sec$:
- β) Χρησιμοποιώντας τύπο πεπερασμένων διαφορών τάξεως $O(h^2)$ υπολογίστε την δύναμη F (σε N) την χρονική στιγμή $t = 0.08 sec$:
- γ) Χρησιμοποιώντας τύπο πεπερασμένων διαφορών τάξεως $O(h^4)$ υπολογίστε την δύναμη F (σε N) την χρονική στιγμή $t = 0.02 sec$:

α) $\frac{dv}{dt}$: Αναγκαστικά επιλέγω τύπο "προς τα εμπρός" γιατί ???

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_{i+2}) + 4f(x_{i+1}) - 3f(x_i)}{2h} + O(h^2)$$

στο $x_i = 0$

$$f'(t=0) = \frac{-20 + 4 \cdot 24 - 3 \cdot 26}{2 \cdot 0.01} = -100$$

Άρα $F = m \frac{dv}{dt} = 990 \cdot (-100) = \boxed{-99000}$

β) Αναγκαστικά επιλέγω τύπο "προς τα πίσω"

$$f'(x_i) = \frac{3f(x_i) - 4f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{2h} + O(h^2)$$

$x_i = 0.08$

$$f'(t=0.08) = \frac{3 \cdot 0 - 4 \cdot 2 + 4}{2 \cdot 0.01} = \frac{-4 \cdot 100}{2} = -200$$

$$\text{Άρα } F = m \frac{dv}{dt} = 990 \cdot (-200) = \boxed{-198000}$$

8) Τώρα θα επιλέξω τύπο "κεντρικών διαφορών"

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_{i+2}) + 8f(x_{i+1}) - 8f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{12h} + O(h^4)$$

$$f'(0.09) = \frac{-13 + 8 \cdot 17 - 8 \cdot 24 + 26}{12 \cdot 0.01} = -\frac{43}{0.12} = -\frac{4300}{12} = \frac{2150}{6}$$

$$= -\frac{2150}{6} = -\frac{1075}{3}$$

Δεν είναι καμία πράξη με το υποημισυτεράκι

$$\text{Άρα } F = m \frac{dv}{dt} = 990 \left(-\frac{1075}{3}\right) = -330 \cdot 1075 = \boxed{-354750}$$

Εάν είχα χρησιμοποιήσει "υποημισυτεράκι"

```
>> (-13+8*17-8*24+26)/0.12
ans = -358.33
>> 990*(-358.33)
ans = -354746.70000
>> |
```

το τελικό μου αποτέλεσμα θα διέφερε περισσότερο από 3 μονάδες από το σωστό. Το moodle, για την συγκριμένη άσκηση, δέχεται σωστές όλες τις απαντήσεις που απέχουν το πολύ 100 μονάδες \Rightarrow θα την θεωρούσε λάθος