Έστω το ολοκλήρωμα

$$\int_{-3.1}^{3.1} \cos(1+\phi)d\phi.$$

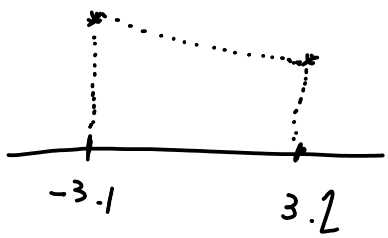
α) • Χρησιμοποιώντας τον (απλό) κανόνα του τραπεζίου υπολογίστε το ολοκλήρωμα. Η τιμή του είναι: -3.34698

β) • Το απόλυτο σφάλμα, στον υπολογισμό του ολοκληρώματος με τον απλό κανόνα , είναι: 3.39191

γ) • Χρησιμοποιώντας τον σύνθετο κανόνα του τραπεζίου 3 υποδιαστημάτων υπολογίστε το ολοκλήρωμα. Η τιμή του είναι: 0.0276716

δ) • Το απόλυτο σφάλμα, στον υπολογισμό του ολοκληρώματος με τον σύνθετο κανόνα , είναι: 0.0172606

α)



$$I = \frac{b-\alpha}{2}\left[f(\alpha)+f(b)\right]$$

$$= \frac{3.1+3.1}{2}\left[\cos(1-3.1)+\cos(1+3.1)\right]$$

$$= 3.1\left[\cos(-2.1)+\cos(4.1)\right]$$

$$= \boxed{-3.3470}$$

```
>> 3.1*(cos(-2.1)+cos(4.1))
ans =
   -3.3470
```

εδώ υπονοείται ότι τα ορίσματα είναι σε ακτίνια

!!!

Γενικά όταν έχουμε τριγωνομετρικές και δεν μας λένε αν το όρισμα είναι σε ακτίνια ή μοίρες θα υποθέτουμε ότι είναι σε ακτίνια. και όταν χρησιμοποιούμε το κομπιουτεράκι/κινητό για τον υπολογισμό τους θα πρέπει να σιγουρευτούμε ότι είναι γυρισμένο σε ακτίνια (rad)

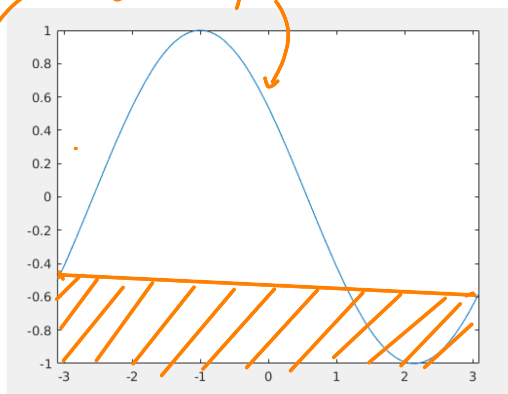
Τα βιβλία του διαφορικού έχουν στο τέλος πίνακες με τέτοια ολοκληρώματα

β) Ξέρω ότι $\int_{\alpha}^{b} \cos(1+\varphi)d\varphi = \left[\sin(1+\varphi)\right]_{\alpha}^{b}$

Άρα $I_{real} = \sin(1+3.1) - \sin(1-3.1) = \sin(4.1) - \sin(-2.1) = 0.0449$

απόλυτο σφάλμα $= | I_{real} - I | = | 0.0449 - (-3.3470) | = \boxed{3.3919}$

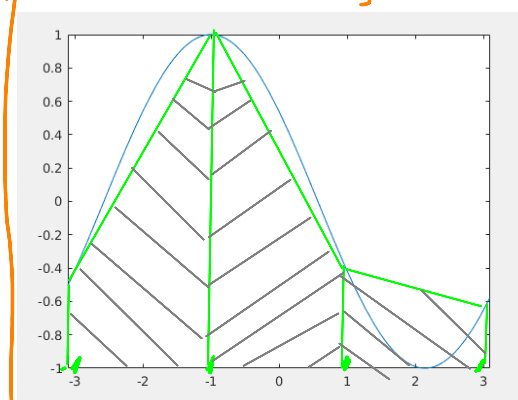
cos(1+y)



Τεράστιο σφάλμα σε σχέση με την πραγματική τιμή! Έκανα κάπου λάθος ??? Κάνω την γραφική παράσταση και παρατηρώ ότι μάλλον δεν φταίω εγώ. Είναι "κακή" η συνάρτηση για τον απλό κανόνα του τραπεζίου

Δεν χρειάζεται να το κάνω στις αναλυτικές

γ)



1ο υποδ. 2ο υποδ 3ο υποδ

$n = 3$ υποδιαστήματα

$$h = \frac{b-\alpha}{n} = \frac{3.1-(-3.1)}{3} = \frac{2}{3}\cdot 3.1$$

$$x_0 \equiv \alpha = -3.1$$

$$x_1 = \alpha + 1\cdot h = -3.1 + \frac{2}{3}3.1 = \left(\frac{2}{3}-1\right)3.1 = -\frac{1}{3}\cdot 3.1$$

$$x_2 = x_1 + h = -\frac{1}{3}3.1 + \frac{2}{3}3.1 = \frac{1}{3}3.1$$

$$x_3 \equiv b = 3.1$$

Άρα

$$I_3 = h\cdot\left[\frac{1}{2}f(\alpha) + f(x_1) + f(x_2) + \frac{1}{2}f(b)\right] =$$

$$= \frac{2}{3}\cdot 3.1\left[\frac{1}{2}f(-3.1) + f\left(-\frac{1}{3}3.1\right) + f\left(\frac{1}{3}3.1\right) + \frac{1}{2}f(3.1)\right] = \boxed{0.0277}$$

```
>> f = @(x) cos(1+x);
>> 2/3*3.1*(0.5*f(-3.1)+f(-1/3*3.1)+f(1/3*3.1)+0.5*f(3.1))
ans =
    0.0277
```

Μέχρι αυτό το σημείο δεν έχω κάνει καμία προσέγγιση. Θα "μπορούσα" να είχα βρει το $h \approx 2.0667$ αλλά γιατί να κάνω και να χάσω κάτι :) ?

δ) απόλυτο σφάλμα $= | I_{real} - I | = | 0.0449 - 0.0277 | = \boxed{0.0162}$